В.П. МАЛЫШЕВ, А.М. МАКАШЕВА, Н.С. БЕКТУРГАНОВ, Д.А. КАЙКЕНОВ

ЛОГАРИФМИЧЕСКИ НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФРАКЦИЙ ПРИ ИЗМЕЛЬЧЕНИИ МАТЕРИАЛОВ КАК АТТРАКТОР В ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА

Аннотация

Показана детализация кинетики измельчения материалов в шаровых мельницах на основе молекулярной теории соударений для бимолекулярных последовательных необратимых реакций с неограниченным числом стадий.

Результаты применения предложенной теории измельчения на модельных объектах позволяют объяснить ранее недостаточно обоснованные особенности кинетики процесса: низкий энергетический кпд, «неизмельчаемость» тонких классов, формирование двойных максимумов по выходу фракций на начальных стадиях и логарифмически нормальное их распределение. Благодаря математической строгости выражения для скорости последовательного разрушения зерен с учетом накопления и убыли содержания каждой фракции разработанная модель позволяет непосредственно рассчитывать выход любой фракции в любой момент времени с суммарным выходом всех фракций, равным единице.

Процесс измельчения материалов представляет собой чисто техническое воплощение синергетического процесса, сопровождаемого понижением энтропии, диссипацией энергии, формированием устойчивой внутренней структуры и отображаемого стремлением к аттрактору под воздействием оператора эволюции этой системы – интегрального уравнения измельчения.

Ключевые слова: измельчение, вероятностная модель, кинетика, шаровая мельница, аттрактор.

Негізгі сөздер: ұсақтау, ықтималдық үлгі, кинетика,домалақ диірмен, аттрактор.

Keywords: grinding, probabilistic model, kinetics, ball mill, attractor.

Измельчение руд является наиболее затратной операцией в технологии их переработки, на которую приходится до 90 % общих затрат. Это связано не только с наибольшим объемом перерабатываемого материала, но и с самым низким энергетическим кпд измельчения, не превышающем 10 % [1, 2]. Между тем теория измельчения применительно к работе промышленных мельниц до последнего времени не была разработана на основе каких-либо фундаментальных закономерностей, ограничиваясь большей частью эмпирическими аппроксимациями [3, 4]. Наиболее интересной с точки зрения теории и практически важной оказалась универсальная закономерность, которая состоит в резком уменьшении выхода тонких фракций по мере прохождения процесса и выражается их крутым спадом в линейной шкале размеров зерен. На эту закономерность еще в 1941 г. впервые обратил внимание один из основателей теории вероятностей академик Колмогоров А.Н. и установил, что она становится нормальным симметричным распределением при логарифмической шкале размеров зерен, т.е. подчиняется логарифмически нормальному закону распределения [5]. Он же дал теоретическое обоснование подобной закономерности для условий независимости скорости измельчения от размера зерен с оговоркой, что в противном случае «…по-видимому, логарифмически нормальный закон будет уже неприменим.». С тех пор до последнего времени к анализу этой важнейшей закономерности никто не возвращался.

Только в девяностые годы прошлого века и наиболее активно в настоящее время стала развиваться вероятностная теория измельчения руд, основанная на подобии механических процессов последовательного разрушения зерен мелющими шарами при их хаотических соударениях химическим и физическим процессам деструкции вещества [6-16]. При этом обнаружилось единство подчинения этих процессов частотному (Z), стерическому ($P_{\text{ст}}$), активационному ($P_{\text{а}}$) и концентрационному ($P_{\text{конц}}$) факторам как последовательным вероятностным событиям, определяющим скорость суммарного процесса:

$$v = ZP_{\text{ст}}P_{\text{а}}P_{\text{конц}}. \quad (1)$$

Эта общность выражения не содержит ограничений по величине частиц и основана главным образом на хаотичности соударений. Тем самым применительно к работе барабанных шаровых мельниц в «водопадном» режиме остается только разглядеть в хаосе постоянного перемешивания железных шаров и рудных зерен и их соударений в циклах падения на ударную площадку мельницы действие тех же самых факторов и найти для них столь же строгое вероятностное выражение.

С учетом частоты вращения барабана мельницы (ω, с$^{-1}$), его внутреннего диаметра (D, м) и структуры цикла подъем-падение под действием притяжения (g, м/с^2) получено выражение для частотного фактора

$$Z = \frac{2\omega}{1 + 2\omega\sqrt{2D/g}}, \text{ с}^{-1}. \quad (2)$$

Стерический фактор, как вероятность попадания шара в зерно на ударной площадке, определяется соотношением доступной и «мертвой» зон, накрываемых проекцией («тенью») шара, выраженным через переменный размер зерна (d_j, м) и постоянный диаметр шара ($d_{ш}$, м):

$$P_{\text{ст}} = 4d_j\left(d_{\text{ш}} - d_j\right)/d_{\text{ш}}^2. \quad (3)$$

Принципиально важным в вероятностной теории измельчения является выражение активационного фактора, определяющего собственно процесс разрушения при попадании шара в зерно. Этот фактор интерпретирован через распределение Больцмана с учетом суммирования тепловой и механической энергии удара, равной превращенной потенциальной энергии с отнесением ее к молю вещества

$$P_a = \exp\left[-\frac{E_a}{RT + 0{,}5MmgD(\gamma_ш/\gamma_з)(d_ш/d_j)^3}\right], \tag{4}$$

где $E_а$ – энергия активации разрушения, близкая теплоте плавления самого прочного минерала (обычно кварца), Дж/моль; R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К); T – абсолютная температура, К; M – молекулярная масса разрушаемого вещества, кг/моль; $\gamma_ш$ – плотность вещества шара (обычно железа), кг/м^3; $\gamma_з$ – плотность зерен руды, кг/м^3.

Концентрационный фактор выражается через произведение объемных долей шаровой загрузки ($G_ш$, кг) и зерновой рудной загрузки ($G_з$, кг) с учетом содержания воды ($G_в$, кг) и переменной доли зерен данного размера P_j в измельчаемом материале

$$P_{конц} = P_ш P_з P_j = \frac{G_ш G_з P_j}{(G_ш/\gamma_ш + G_з/\gamma_з + G_в/\gamma_в)^2 \gamma_ш \gamma_з}. \tag{5}$$

Подстановка вероятностных выражений для всех факторов в связывающее их обобщенное уравнение скорости (1) примет по отношению к скорости измельчения фракции P_j размером d_j следующий вид

$$-\frac{dP_j}{d\tau} = \frac{8\left[(d_j/d_ш) - (d_j/d_ш)^2\right]\omega G_ш G_з P_j}{\left(1 + 2\omega\sqrt{2D/g}\right)(G_ш/\gamma_ш + G_з/\gamma_з + G_в/\gamma_в)^2 \gamma_ш \gamma_з} \exp\left(-\frac{E_a}{RT + 0{,}5MgD(\gamma_ш/\gamma_з)(d_ш/d_j)^3}\right), \text{ с}^{-1}, \tag{6}$$

где τ – продолжительность измельчения, с.

В этом выражении переменной величиной как функции времени является только доля любой фракции P_j, поэтому все остальные параметры могут сведены в константу скорости для j-ой фракции:

$$k_j = \frac{8\left[(d_j/d_ш) - (d_j/d_ш)^2\right]\omega G_ш G_з}{\left(1 + 2\omega\sqrt{2D/g}\right)(G_ш/\gamma_ш + G_з/\gamma_з + G_в/\gamma_в)^2 \gamma_ш \gamma_з} \exp\left(-\frac{E_a}{RT + 0{,}5MgD(\gamma_ш/\gamma_з)(d_ш/d_j)^3}\right), \text{ с}^{-1}, \tag{7}$$

Как видим, здесь скорость процесса оказывается в сложной зависимости от размера зерен d_j и в этом отношении замечание академика Колмогорова А.Н. о сомнительности подчинения выхода фракций логарифмически нормальному закону требует проверки. Она может быть реализована при явном выражении выхода фракций от времени в рамках рассматриваемой вероятностной модели измельчения.

Так, подстановка (7) в (6) дает выражение

$$-\frac{dP_j}{d\tau} = k_j P_j, \text{ с}^{-1}, \tag{8}$$

которое после разделения переменных и интегрирования с учетом константы интегрирования по условию при $\tau = 0$ $P_j = P_{0j}$ (исходному содержанию фракции j) приводит к зависимости P_j от τ в явном виде

$$P_j = P_{0j} e^{-k_j \tau} . \tag{9}$$

Однако она применима для описания кинетики измельчения только самой крупной (первой) фракции, так как для остальных требуется учет поступления осколков той же величины от предыдущих фракций согласно условию

$$\frac{dP_j}{d\tau} = k_{j-1} P_{j-1} - k_j P_j . \tag{10}$$

Поэтому для явного выражения выхода любой n-ой фракции в любой момент времени требуется решение системы n линейных дифференциальных уравнений от $j = 1$ до $j = n$. Такие решения известны в химии для последовательных необратимых реакций в n стадий с использованием операторного метода [17]. Однако при этом возможно лишь реккурентное получение результатов для выхода последующей реакции через предыдущую и без общего выражения в явном виде. В наших работах [11, 12, 15, 16] представлено решение подобной системы уравнений методом прямого интегрирования и выведено уравнение для выхода любой фракции в любой момент времени

$$P_n = \sum_{j=1}^{n-1} P_{0j} \prod_{j}^{n-1} k_j \sum_{j}^{n} \frac{e^{-k_j \tau}}{\prod\limits_{\substack{j,i=1 \\ i \neq j}}^{n} (k_i - k_j)} + P_{0n} e^{-k_n \tau}, \text{ с}^{-1}. \tag{11}$$

При всей кажущейся сложности этой формулы она легко программируется через предварительно вычисляемые константы скорости (7) для каждой фракции по известным параметрам работы мельницы, что свидетельствует о еще более сильной зависимости полноты и скорости измельчения от размера зерен. Пример такого расчета представлен по условиям работы промышленной мельницы на рис. 1 для разной продолжительности процесса и в логарифмической шкале размеров зерен, идентичной номеру фракции при одинаковой последовательной степени дробления, например по соотношению

$$d_j = d_1 (1/2)^{j-1} \tag{12}$$

с получением прямолинейной зависимости

$$\lg d_j = \lg d_1 + (j-1) \lg 0,5 = a + b(j-1) \cdot \tag{13}$$

По этому рисунку прослеживается явное формирование логарифмически нормального распределения несмотря на сложнейшую зависимость скорости процесса от размера зерен, тем самым устраняя сомнения академика Колмогорова А.Н. в отношении возможности сохранения подобного распределения. Более того, такое распределение не зависит и от исходного фракционного состава, также как и от степени дробления зерен при каждом разрушении. Это демонстрируется рис. 2, на котором приведены варианты как с самыми контрастными начальными распределениями фракций, так и со случайным их характером. При этом однозначно фиксируется логарифмически нормальное распределение фракций по мере протекания процесса, и это свидетельствует о закономерном характере подобного распределения, которое можно осмыслить с различных сторон.

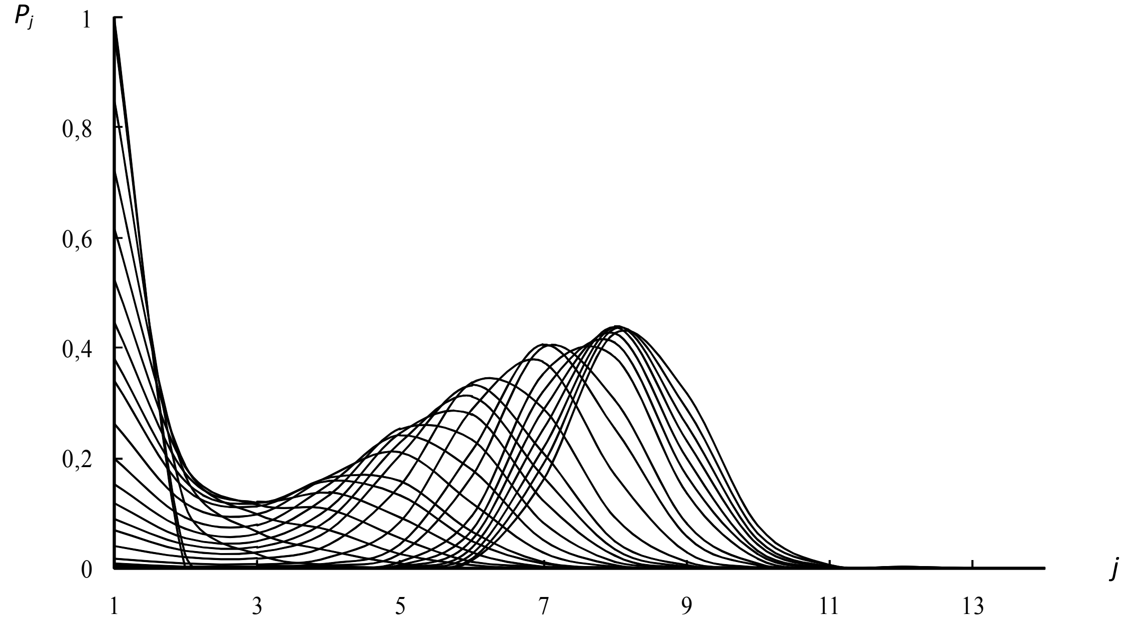

Рисунок 1 – Зависимость фракционного состава (P_j, д.ед.) от кратности j и продолжительности измельчения. Кривые смещаются вправо по мере протекания процесса

Прежде всего, всякое эволюционное упорядочение хаотической системы свидетельствует о ее самоорганизации [18]. В свою очередь, это приводит к понижению энтропии системы. Если в качестве динамической системы рассматривать изменяющуюся смесь фракций зерен, то упорядочение этой смеси можно отобразить через энтропию смешения этих фракций:

$$H = -\sum_{j=1}^{n} P_j \ln P_j \cdot \qquad (14)$$

Расчет по этой формуле для каждой кривой рис. 1 в соответствии с условиями рис. 2*а* дает следующие результаты, представленные на рис. 3.

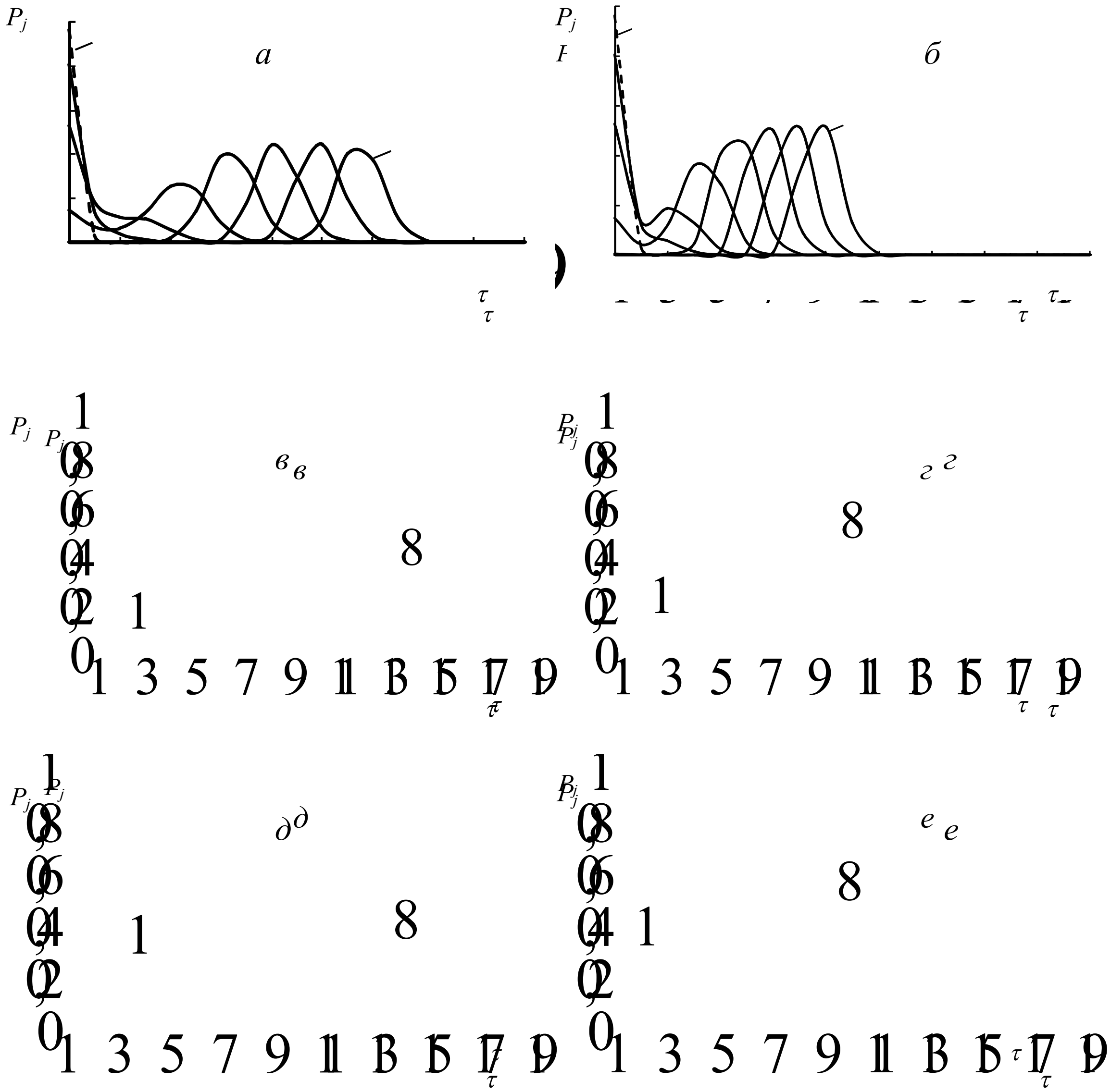

Рисунок 2 – Зависимость фракционного состава (P_j, д.ед.) от кратности j и продолжительности измельчения при начальном распределении фракций: *а* – для $P_{01} = 1$, $P_{02\ldots n} = 0$ и $d_{j+1} = d_j/2$; *б* – для $P_{01} = 1$, $P_{02\ldots n} = 0$ и $d_{j+1} = d_j/3$;

в – для $P_{01\ldots010} = 0{,}1$ и $d_{j+1} = d_j/2$; *г* – для $P_{01\ldots010} = 0{,}1$ и $P_{j+1} = P_j/3$; *д* – для случайного распределения фракций

и $P_{j+1} = P_j/2$; *е* – то же при $P_{j+1} = P_j/3$. Кривые смещаются вправо по мере протекания процесса от 1 до 8.

Пунктиром показано начальное распределение фракций

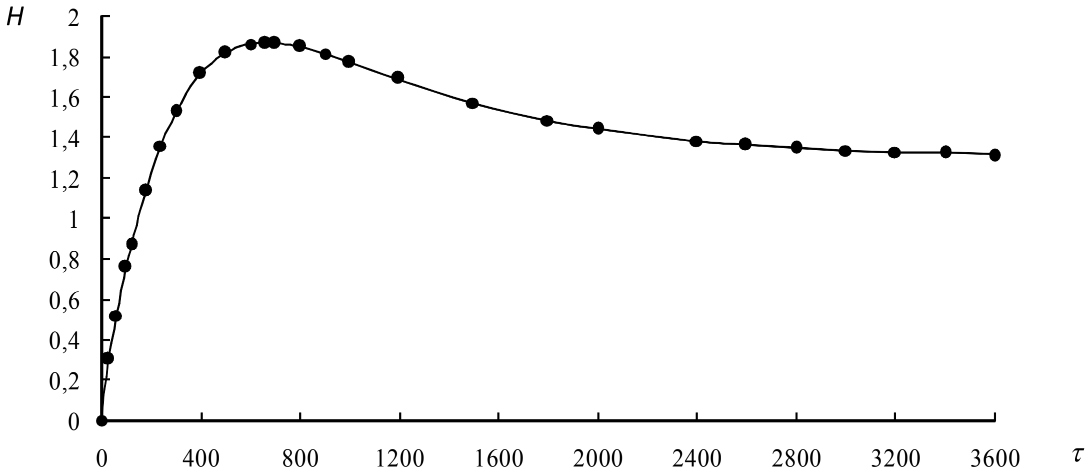

Рисунок 3 – Зависимость энтропии смешения фракций от продолжительности измельчения

Здесь фиксируется переход от исходного содержания монофракции с нулевой энтропией (смесь представлена только одной фракцией) через более равномерную смесь, которой соответствует максимум энтропии, к смеси с крутым спадом в сторону тонких фракций (в линейной шкале размеров), сопровождаемый закономерным понижением энтропии с дальнейшей ее стабилизацией, что указывает на завершение самоорганизации и поддержание ее отклонения от линейной однородности. Важно, что выход на стационарный режим происходит в условиях постоянного подвода к системе и рассеяния энергии, а это всегда необходимо при образовании самоорганизованных (синергетических) структур согласно термодинамике неравновесных процессов.

Что касается логарифмически нормальной симметрии в составе смеси зерен, то в широком смысле понятия симметрии она является условием и признаком устойчивости любой системы, ее сохранения согласно известной теоремы Нётер. Применительно к измельчению зерен достигнутое логарифмически нормальное распределение по фракциям в дальнейшем остается неизменным, т.е. оказывается инвариантным относительно преобразования (переноса) временной координаты, что также соответствует понятию симметрии.

Не менее важным оказывается движение системы измельчаемых тел, т.е. ее траектории, к единой форме независимо от начальных условий. Современное понимание динамической системы сводится к такому ее свойству, благодаря которому «каждое значение параметра в любой последующий момент времени получатся из исходного набора параметров по определенному правилу. Это правило задает оператор эволюции динамической системы» [19]. Но именно таким оператором и служит интегральное уравнение измельчения (11) и оно же формирует устойчивую логарифмически нормальную форму распределения фракций в системе, т.е. аттрактор. Как подчеркивается в работе [19], с точки зрения динамики во времени стремление к аттрактору означает, что режим, возникающий в системе, предоставленной самой себе, в течение времени «забывает» свое начальное состояние и принимает состояние аттрактора, к которому стремится. Происходит своего рода стирание памяти о начальном состоянии системы.

Более того, устойчивость по Ляпунову определяется путем решения дифференциальных уравнений, в первую очередь, линейных, которые возможно решить и найти траектории, ведущие к аттрактору [19]. Как раз таким способом и было найдено интегральное уравнение измельчения (11).

Таким образом, скрытый от глаз процесс измельчения рудных зерен стальными шарами в водопадном режиме работы барабанных мельниц по своей физической сути является ничем иным как «упакованным торнадо» со всей атрибутикой этого мощного вихря и в продолжение природных самоорганизующихся систем искусственными примерами их реализации (воронки, кольца Бенара, реакции типа Белоусова-Жаботинского) представляет собой чисто техническое воплощение синергетического процесса, сопровождаемого понижением энтропии, диссипацией энергии, формированием устойчивой структуры и отображаемого стремлением к аттрактору под воздействием оператора эволюции этой системы – интегрального уравнения измельчения. Все эти особенности выявлены благодаря практически установленному стремлению фракционного состава измельчаемых тел к логарифмически нормальному распределению, впервые осмысленному с точки зрения теории вероятностей академиком Колмогоровым и затем развитому на основе уподобления этого процесса хаотическим молекулярным соударениям с подчинением кинетике необратимых физических и химических реакций для неограниченного числа стадий, что позволило дать обобщенное вероятностное выражение для скорости подобных процессов и выхода промежуточных продуктов.

ЛИТЕРАТУРА

1 Справочник по обогащению руд. Подготовительные процессы / Под ред. О.С. Богданова, В.А. Ольского. – М.: Недра, 1982. – 366 с.

2 Абрамов А.А. Собрание сочинений. Т. 1: Обогатительные процессы и аппараты: Учебник для вузов. – М.: Изд. Московского горного университета, Изд. «Горная книга», 2010. – 470 с.

3 Ходаков Г.С. Физика измельчения. – М.: Наука, 1972. – 308 с.

4 Биленко Л.Ф. Закономерности измельчения в барабанных мельницах. – М.: Недра, 1984. – 237 с.

5 Колмогоров А.Н. О логарифмически нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении // Докл. АН СССР. – 1941. – Т. 31. – № 2. – С. 99.

6 Малышев В.П. Разработка теории соударений для измельчения материалов // Комплексное использование минерального сырья. – 1992. – № 12. – С. 43-49.

7 Малышев В.П. Проверка теории соударений для измельчения материалов // Комплексное использование минерального сырья. – 1993. – № 1. – С. 22-31.

8 Малышев В.П. Новый аспект в теории измельчения руд и управления этим процессом // Обогащение руд. – 1995. – № 4-5. – С. 4-14.

9 Малышев В.П., Турдукожаева А.М., Кайкенов Д.А. Развитие теории измельчения руд на основе молекулярной теории соударений и формальной кинетики последовательных реакций // Обогащение руд. – 2012. – № 4. – С. 29-35.

10 Нурмагамбетова (Турдукожаева) А.М. Об организации хаоса измельчаемых и мелющих тел в барабанных мельницах // В сб.: «Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент». – Караганда, 2002. – С. 73-76.

11 V.P. Malyshev, A.M. Turdukozhayeva. What Thunder There and is not Heard When Using Ball Mills? // Journal Materials Science and Engineering A. – 2013. – № 2. – V. 3. – P. 131-144.

12 Малышев В.П., Турдукожаева А.М. Разработка математической модели последовательной деструкции вещества методом прямого интегрирования // Доклады НАН РК. – 2012. – № 4. – С. 5-13.

13 Малышев В.П., Турдукожаева А.М., Кайкенов Д.А. Учет циркуляции песков в вероятностной модели измельчения руд // Обогащение руд. – 2012. – № 6. – С. 29-33.

14 Малышев В.П., Турдукожаева А.М. Распределение признаков различимости в объектах и процессах как основа возникновения диссипативных структур и самоорганизации // Энциклопедия инженера-химика. – 2012. – № 12. – С. 19-25.

15 Малышев В.П. Самоорганизация процесса измельчения руд в шаровых мельницах как результат подобия с кинетикой последовательных химических реакций // Автоматика-информатика. – 2012. – № 2. – С. 27-30.

16 Малышев В.П. Молекулярный шарм и гремящее торнадо барабанных шаровых мельниц // Энциклопедия инженера-химика. – 2013. – № 9. – С. 54-59.

17 Родигин Н.М., Родигина Э.Н. Последовательные химические реакции. Математический анализ и расчет. – М.: Изд. АН СССР, 1960. – 140 с.

18 Пригожин И. Конец определенности. Время, хаос и новые законы природы. – М.: -Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 208 с.

19 Деменок С.Л. Просто хаос. – СПб.: ООО «Страта», 2013. – 232 с.

REFERENCES

1 Spravochnik po obogashheniju rud. Podgotovitel'nye processy / Pod red. O.S. Bogdanova, V.A. Ol'skogo. – M.: Nedra, 1982. – 366 s.

2 Abramov A.A. Sobranie sochinenij. T. 1: Obogatitel'nye processy i apparaty: Uchebnik dlja vuzov. – M.: Izd. Moskovskogo gornogo universiteta, Izd. «Gornaja kniga», 2010. – 470 s.

3 Hodakov G.S. Fizika izmel'chenija. – M.: Nauka, 1972. – 308 s.

4 Bilenko L.F. Zakonomernosti izmel'chenija v barabannyh mel'nicah. – M.: Nedra, 1984. – 237 s.

5 Kolmogorov A.N. O logarifmicheski normal'nom zakone raspredelenija razmerov chastic pri droblenii // Dokl. AN SSSR. – 1941. – T. 31. – № 2. – S. 99.

6 Malyshev V.P. Razrabotka teorii soudarenij dlja izmel'chenija materialov // Kompleksnoe ispol'zovanie mineral'nogo syr'ja. – 1992. № 12. – S. 43-49.

7 Malyshev V.P. Proverka teorii soudarenij dlja izmel'chenija materialov // Kompleksnoe ispol'zovanie mineral'nogo syr'ja. – 1993. № 1. – S. 22-31.

8 Malyshev V.P. Novyj aspekt v teorii izmel'chenija rud i upravlenija jetim processom // Obogashhenie rud. – 1995. – № 4-5. – S. 4-14.

9 Malyshev V.P., Turdukozhaeva A.M., Kajkenov D.A. Razvitie teorii izmel'chenija rud na osnove molekuljarnoj teorii soudarenij i formal'noj kinetiki posledovatel'nyh reakcij // Obogashhenie rud. – 2012. – № 4. – S. 29-35.

10 Nurmagambetova (Turdukozhaeva) A.M. Ob organizacii haosa izmel'chaemyh i meljushhih tel v barabannyh mel'nicah // V sb.: «Haos i struktury v nelinejnyh sistemah. Teorija i jeksperiment». – Karaganda, 2002. – S. 73-76.

11 V.P. Malyshev, A.M. Turdukozhayeva. What Thunder There and is not Heard When Using Ball Mills? // Journal Materials Science and Engineering A. – 2013. – № 2. – V. 3. – P. 131-144.

12 Malyshev V.P., Turdukozhaeva A.M. Razrabotka matematicheskoj modeli posledovatel'noj destrukcii veshhestva metodom prjamogo integrirovanija // Doklady NAN RK. – 2012. – № 4. – S. 5-13.

13 Malyshev V.P., Turdukozhaeva A.M., Kajkenov D.A. Uchet cirkuljacii peskov v verojatnostnoj modeli izmel'chenija rud // Obogashhenie rud. – 2012. – № 6. – S. 29-33.

14 Malyshev V.P., Turdukozhaeva A.M. Raspredelenie priznakov razlichimosti v ob#ektah i processah kak osnova vozniknovenija dissipativnyh struktur i samoorganizacii // Jenciklopedija inzhenera-himika. – 2012. – № 12. – S. 19-25.

15 Malyshev V.P. Samoorganizacija processa izmel'chenija rud v sharovyh mel'nicah kak rezul'tat podobija s kinetikoj posledovatel'nyh himicheskih reakcij // Avtomatika-informatika. – 2012. – № 2. – S. 27-30.

16 Malyshev V.P. Molekuljarnyj sharm i gremjashhee tornado barabannyh sharovyh mel'nic // Jenciklopedija inzhenera-himika. – 2013. – № 9. – S. 54-59.

17 Rodigin N.M., Rodigina Je.N. Posledovatel'nye himicheskie reakcii. Matematicheskij analiz i raschet. – M.: Izd. AN SSSR, 1960. – 140 s.

18 Prigozhin I. Konec opredelennosti. Vremja, haos i novye zakony prirody. – M.-Izhevsk: NIC «Reguljarnaja i haoticheskaja dinamika», 2001.˜ 208 s.

19 Demenok S.L. Prosto haos. – SPb.: OOO «Strata», 2013. – 232 s.

Резюме

В.П. Малышев, А.М. Мақашева, Н.С. Бектұрғанов, Д.А. Қайкенов

ҮРДІСТІҢ ЫҚТИМАЛДЫҚ ҮЛГІСІНДЕ АТТРАКТОР СИЯҚТЫ МАТЕРИАЛДАРДЫ

ҰСАҚТАУ КЕЗІНДЕ ФРАКЦИЯЛАРДЫҢ ЖАЙ ЛОГАРИФМДІК ҚАЛЫПТА ТАРАЛУЫ.

Шектеусіз кезең санымен жүйелі тұрақты биомолекулярлық реакциялардың екпінділігі үшін молекулярлық теория негізінде домалақ диірменде материалдарды ұсақтау кинетикасының бөлшектенуі көрсетілген.

Кинетикалық үрдістің жеткіліксіз негізделген ерекшеліктерін қалыптық нысандарда түсіндіруге рұқсат беретін ұсақтау теорияларының пайдалану нәтижелері: төмен энергетикалық кпд, жіңішке кластардың «ұсақталмайтындығы», олардың жай логарифмдік таралуы және фракциялардың бастапқы кезеңде шығуы бойынша екілік максимумдарда қалыптасуы. Әр фракция құрамының кемуі мен өсу есебінен бидайдың кезекті жойылуының жылдамдығы үшін математикалық мәнер қатаңдығының арқасында үлгі құрастырылған және де ол бірлікке тең,кез келген уақытта барлық фракциялардың жалпы шығуы мен кез келген фракцияның тұрақты шығуын есептеуге мүмкіндік береді.

Материалдарды ұсақтау үрдісі өзімен ұсақтаудың интегралды теңдігі -осы жүйенің эволюция операторының аттракторға талпынуының әсері ,тұрақты ішкі құрылымының қалыптасуы, энергия диссипациясы және энтропийдің төмендеуімен жалғасқан синергетикалық үрдістің техникалық іске асыруын таныстырады.

Тірек сөздер: ұсақтау, ықтималдық үлгі, кинетика,домалақ диірмен, аттрактор.

Summary

V. Malyshev, A. Turdukozhaeva, N. Bekturganov, D. Kaykenov

LOG-NORMAL DISTRIBUTION OF FRACTIONS MATERIAL GRINDING AS AN ATTRACTOR

IN A PROBABILISTIC MODEL OF THE PROCESS

Shows a detail of the kinetics of material grinding in ball mills on the basis of molecular collision theory for bimolecular consecutive irreversible reactions with an unlimited number of steps.

The results of application of the proposed theory of grinding on model objects can explain the previously under based features of the kinetics of the process: the low energy efficiency, “not grindability” fine fractions, the formation of double peaks on the output fractions in the initial stages and their log-normal distribution. Due to the mathematical rigor of expression for the sequential destruction of grains with the accumulation and decrease the content of each fraction of the developed model allows you to calculate the output of any faction at any time with a total output of all fractions of one.

The process of grinding material is a purely technical implementation of the synergistic process, followed by a decrease in entropy, energy dissipation, the formation of a stable internal structure and displayed a desire to attractor under the influence of the evolution operator of the system – an integral equation of grinding.

Keywords: grinding, probabilistic model, kinetics, ball mill, attractor.

Поступила 10.10.2013 г.